トリコット機の振動に対する安定について

奥　田　　薫*

On the Stability for the Vibration of the Tricot Machine.

Kaoru OKUDA

We assumed that the machine is supported by the four springs of the support, when the crank shaft is revoluted at n revolution per minutes by the motor, and every rotating machine part is moving by the needle cam, the pressure cam, the guide cam and the sinker cam and the other hand the feeding and winding apparatus are moving by the crank shaft, then we assumed that this motion is acting in the normal plane containing the center of gravity of the motor and the cam, the modulus of elasticity of the every spring are same at the vertical and horizontal direction. At this case we found that the stability and the relation between the angular velocity and the eccentricity of the cam.

ま　え　が　き

支持台の四隅にスプリングがあり，トリコツト機はこれにて支持されているものとする。クランクシヤフトは電動機により伝達される動力により毎分n回転しこれに取付けられた針カム，圧力カム，ガイドカムおよびシンカーカムにより各回転部分は回転し，他方クランク軸により動力は送出し装置および捲取装置に伝達されるものとする。この運動は電動機の重心とカムの重心とを含む鉛直面内で行われるものとしスプリングの弾性係数は上下動，左右動いづれにたいしても同一と仮定し，この場合における機械の安定条件および角速度とカム偏心の関係を求めたものである。

〔1〕 基 礎 方 程 式

互に独立的座標を $\eta_i(i=1,2,\cdots,n)$ とし，安定平衡の配置においては η_i の値は総て0とあると仮定する。直角座標 $x_i\,y_i\,z_i$ は η のみの関数で t を陽に含まないとする。したがって運動エネルギーTは η の二次の同次式で表わされるとする。

$$T = \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}\,\dot{\eta}_i\,\dot{\eta}_i + \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}\,\dot{\eta}_i\,\dot{\eta}_{i+1} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

として表わされる。一般的に a は η の関数であるが平衡状態の配置の附近のみを考えるとすれば近似的に a は定数と考えてよい。また位置のエネルギーVが存在するとき Taylor の定理により展開すると

$$V = V_0 + \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial V}{\partial \eta_i}\right)_0 \eta_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial \eta_i^2}\right)_0 \eta_i^2 + \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial \eta_i \partial \eta_{i+1}}\right)_0 \eta_i\,\eta_{i+1} \cdots\cdots (2)$$

ここに添字の0はすべての η が0の場合の値で $V_0=0$ と仮定する。

平衡状態に於いては，$\left(\frac{\partial V}{\partial \eta_1}\right)_0=\left(\frac{\partial V}{\partial \eta_2}\right)_0=\cdots\cdots=\left(\frac{\partial V}{\partial \eta_n}\right)_0=0$ で η が小で三乗以上の項を省略すると

$$V = \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{n} b_{ij}\,\eta_i^2 + \sum_{i,j=1}^{n} b_{i+1}\,\eta_i\,\eta_{i+1} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

この（3）の式で示されるVの値は η のすべての組合せに対して正の実数である。

* 福井大学教授

速度に比例する力，すなわち散逸関数Dがあるとすれば

$$D = \frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{n} c_{ij}\,\dot{\eta}_i\,\dot{\eta}_j + \sum_{j=1}^{n} c_i\,\dot{\eta}_j + c = \frac{1}{2}\,k_i\left(\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2 + \dot{z}_i^2\right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

上記以外の力による仕事は$dW=\sum_{i=1}^{n} Q_k\,dq_k$とし Lagrange の方程式を作ると

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\eta}_j}\right) - \frac{\partial L}{\partial \eta_j} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\eta}_j} = Q_k,\quad L = T - V \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

自由振動の場合 $Q_k=0$ であるから（5）式に $\eta_j=\alpha_j\alpha^{\lambda t}$ を満足する λ，α_j を求めれば良いから振動数方程式として

$$D(\lambda) = \begin{vmatrix} f_{11}(\lambda) & f_{12}(\lambda) & \cdots\cdots & f_{1n}(\lambda) \\ f_{21}(\lambda) & f_{22}(\lambda) & \cdots\cdots & f_{2n}(\lambda) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ f_{n1}(\lambda) & f_{n2}(\lambda) & \cdots\cdots & f_{nn}(\lambda) \end{vmatrix} = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

これには２n 個の根があり一対ずつ共軛複素数になっているから

$$\lambda_r = -\xi_r + i\,\omega_r \quad , \quad \lambda_{n+n} = -\xi_r - i\,\omega_r$$

等根を有しないときは

$$\alpha_{jr}' = A_r' D_{jn}(\lambda_r)(-1)^{j-1} = A_r'\alpha_{ir}e^{i\mu jr}$$ とおくと

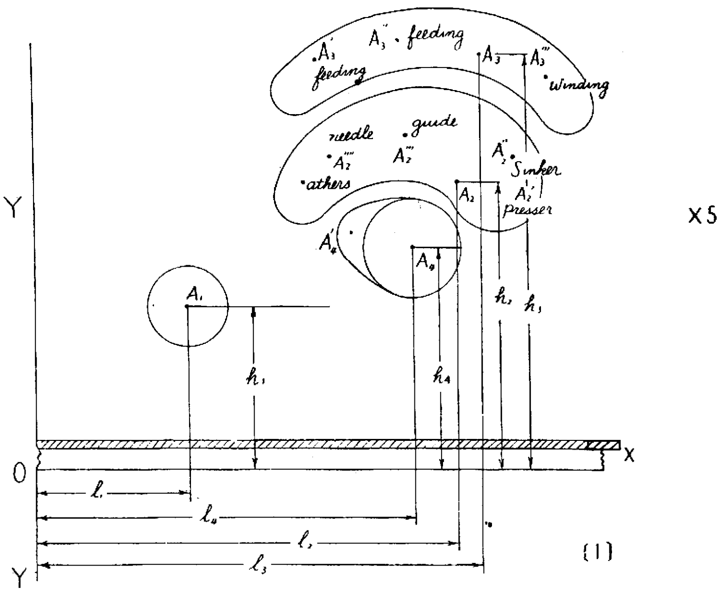
ここに $D_{jn}(\lambda_r)$ は（6）式の行列式の j 列と最下底の行を除去した行列式である。よって一般解は

$$\eta_j = \sum_{r=1}^{n} A_r\alpha_{jr}e^{-\xi t}\cos(\omega_r t + \xi_{jr} + \delta_r)$$

強制振動の場合は

$$Q_k = A_k\cos(pt+\alpha_k),\ (\alpha_k,\ A_k \text{ は常数})$$

を Lagrange 方程式に入れて，右辺を複素数でおきかえて得る式の特解の実数部分をとる。



(1)

今トリコツト機のモーターの位置を $A_1(X_1,\ Y_1)$ ガイドカム，針カム，圧力カムおよびシンカーカム従動節の相当位置を $A_2(X_2, Y_2)$，送り出し装置および捲取り装置の相当位置を $A_3(X_3, Y_3)$ と

し，カム軸の中心座標を $A_4(X_4, Y_4)$ カム軸に取付けてあるカムの重心の位置を X_c, Y_c とする。トリコット台はスプリング s_1, s_2 にて両端は支持されこの 支持している点の変位をそれぞれ (x_1, y_1), (x_2, y_2) とし台の傾斜角を φ とし台は重量なしと仮定する回転するカムの重心がカム軸の中心を通る水平軸線とのなす角を θ とすれば座標に関しては次の式が成立する。

モーターの位置に関しては

$$X_1 = x_1 + l_1 \cos\varphi - h_1 \sin\varphi$$
$$Y_1 = y_1 + l_1 \sin\varphi + h_1 \cos\varphi$$

カム従動節の全相当位置は

$$X_2 = x_1 + l_2 \cos\varphi - h_2 \sin\varphi$$
$$Y_2 = y_1 + l_2 \sin\varphi + h_2 \sin\varphi$$

捲取装置の全相当位置は

$$X_3 = x_1 + l_3 \cos\varphi - h_3 \sin\varphi$$
$$Y_3 = y_1 + l_3 \sin\varphi + h_3 \cos\varphi$$

カム軸の中心座標およびカム重心の位置は

$$X_4 = x_1 + l_4 \cos\varphi - h_4 \sin\varphi \qquad X_c = X_4 + r\cos(\theta+\varphi)$$
$$Y_4 = y_1 + l_4 \sin\varphi + h_4 \cos\varphi\ , \quad Y_c = Y_c + r\sin(\theta+\varphi)$$

ここに r はカム軸の中心とカムの重心の距離であるし台の傾斜角 $\varphi = \frac{y_2 - y_1}{l}$ である。

x_1, y_1, φ および θ を変数として運動エネルギーを求めると

$$T = \frac{1}{2}(m_1+m_2+m_3)(\dot{X}^2+\dot{Y}^2) + \frac{1}{2}\Big[m_1\{(X_1-X)^2+(Y_1-Y)^2\} + m_2\{(X_2-X)^2 + (Y_2-Y)^2\} + m_3\{(X_3-X)^2+(Y_3-Y)^2\}\Big]\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}m_4\Big[\{\dot{X}_4 - r\omega\sin(\theta+\varphi)\}^2 + \{Y_4 + r\omega\cos(\theta+\varphi)\}^2\Big] \qquad \cdots\cdots (1)$$

ここに m_1, m_2, m_3 は各座標点に相当する点の質量でありクランクは角速度 ω にて回転するものとする。また

$$X = \frac{\Sigma mX}{\Sigma m} = \frac{1}{m_1+m_2+m_3}(m_1 X_1 + m_2 X_2 + m_3 X_3)$$
$$Y = \frac{\Sigma mY}{\Sigma m} = \frac{1}{m_1+m_2+m_3}(m_1 Y_1 + m_2 Y_2 + m_3 Y_3)$$

送り出し装置および捲取装置の回転は極めてゆるやかであるからカムの回転に比して極少で静止しているとみなす。X_1, X_2, X_3 および Y_1, Y_2, Y_3 の値を上式に代入すると

$$X = \frac{1}{\Sigma m}\Big[x_1\Sigma m + \cos\varphi\Sigma ml - \sin\varphi\Sigma mh\Big] = x_1 + \cos\varphi\frac{\Sigma ml}{\Sigma m} - \sin\varphi\frac{\Sigma mh}{\Sigma m} = x_1 + \frac{\Sigma ml}{\Sigma m} - \varphi\frac{\Sigma mh}{\Sigma m}$$
$$Y = \frac{1}{\Sigma m}\Big[y_1\Sigma m + \sin\varphi\Sigma ml + \cos\varphi\Sigma mh\Big] = y_1 + \sin\varphi\frac{\Sigma ml}{\Sigma m} + \cos\varphi\frac{\Sigma mh}{\Sigma m}$$

ここに $\Sigma m = m_1+m_2+m_3$, $\Sigma ml = m_1 l_1 + m_2 l_2 + m_3 l_3$, $\Sigma mh = m_1 h_1 + m_2 h_2 + m_3 h_3$ 次に $\dot{X}, \dot{Y}$ を求めると

$$\dot{X} = \dot{x}_1 - \frac{\Sigma mh}{\Sigma m}\dot{\varphi} \qquad \dot{Y} = \dot{y}_1 + \frac{\Sigma ml}{\Sigma m}\dot{\varphi}$$ であるから

$$\frac{\Sigma m}{2}(\dot{X}_1+\dot{Y}_1) = \frac{\Sigma m}{2}\Big[\Big(\dot{x}_1 - \frac{\Sigma mh}{\Sigma m}\dot{\varphi}\Big)^2 + \Big(\dot{y}_1 + \frac{\Sigma ml}{\Sigma m}\dot{\varphi}^2\Big)\Big] = \frac{\Sigma m}{2}\Big\{(\dot{x}_1 - b\dot{\varphi})^2 + (\dot{y}_1 + a\dot{\varphi})^2\Big\} \qquad \cdots\cdots (2)$$

ここに $a=\dfrac{\Sigma ml}{\Sigma m}$, $b=\dfrac{\Sigma mh}{\Sigma m}$ である。

また
$$\left.\begin{aligned} X_1 - X &= l_1 - a + \varphi\,(b - h_1) \\ X_2 - X &= l_2 - a + \varphi\,(b - h_2) \end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

および $Y_1 - Y = h_1 + b + \varphi\,(l_1 - a)$

$Y_2 - Y = h_2 + b + \varphi\,(l_2 - a)$ であるから高次を省略すると（1）式の第2項は

$$\begin{aligned} T' &= \frac{1}{2}\Big[m_1\Big\{(l_1-a)^2+(h_2+b)^2\Big\}+m_2\Big\{(l_2-a)^2+(h_2+b)^2\Big\}+m_3(l_3-a)^2+(h_2+b)^2\Big\}\Big] \\ &= \frac{1}{2}m\Big[\Big\{\dot{X}_4-r\,\omega\sin(\theta+\varphi)\Big\}^2+\Big\{\dot{Y}_4+r\,\omega\cos(\theta+\varphi)\Big\}^2\Big] \\ &= \frac{1}{2}m\Big[\Big\{(\dot{x}_1-h_4\dot{\varphi})-r\,\omega\sin(\theta+\varphi)\Big\}^2+\Big\{(\dot{y}_1+l_4\dot{\varphi})+r\,\omega\cos(\theta+\varphi)\Big\}^2\Big] \\ &= \frac{1}{2}m\Big[(\dot{x}_1-h_4\dot{\varphi})^2-2\,r\,\omega(\dot{x}_1-h_4\dot{\varphi})(\sin\theta\cos\varphi+\cos\theta\sin\varphi)+r^2\omega^2\sin^2(\theta+\varphi) \\ &\qquad +(\dot{y}_1+l_4\dot{\varphi})^2+2\,r\,\omega(\dot{y}_1+l_4\dot{\varphi})(\cos\theta\cos\varphi+\sin\theta\sin\varphi)+r^2\omega^2\cos^2(\theta+\varphi)\Big] \\ &= \frac{1}{2}m\Big[(\dot{x}_1-h_4\dot{\varphi})^2+(\dot{y}_1+l_4\dot{\varphi})^2+r^2\dot{\theta}^2+2\,r\,\dot{\theta}\Big\{(\dot{y}_1+l_4\dot{\varphi})\cos\theta-(\dot{x}_1-h_4\dot{\varphi})\sin\theta\Big] \end{aligned}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

次に ポテンシヤールエネルギーVを考える。無変位の時の垂直位置を $Y_0, Y_{10}, Y_{20}, Y_{30}\cdots\cdots$ とすると

$$Y_0 = \Big[y_1 + \sin\varphi\,\frac{\Sigma ml}{\Sigma m} - \cos\varphi\,\frac{\Sigma mh}{\Sigma m}\Big]_{\substack{\varphi=0\\ y_1=0}} = -\frac{\Sigma mh}{\Sigma m} = -b$$

$$Y_{10} = \Big[y_1 + l_1\sin\varphi + h_1\cos\varphi\Big]_{\substack{\varphi=0\\ y_1=0}} = h_1$$

kを弾性係数とすると

$$\begin{aligned} \therefore\quad V &= \frac{k}{2}(y_1{}^2+y_2{}^2+x_1{}^2+x_2{}^2)+\Sigma m\cdot g(Y-Y_0)+m\,g\,\Big\{y_1+l_4\sin\varphi+h_4\cos\varphi \\ &\quad +r\sin(\theta+\varphi)-Y_{40}\Big\} = \frac{k}{2}(2\,y_1{}^2+2\,l\,y_1\varphi+l^2\varphi^2+2\,x^2) \\ &\quad +(\Sigma m)\,g\,(y_1+a\,\varphi)+m\,g\,\Big\{y_1+l_4\cdot\varphi+r\sin\theta+r\cos\varphi\cdot\varphi\Big\} \qquad \cdots\cdots\cdots (5) \end{aligned}$$

また 運動のエネルギーは

$$\begin{aligned} T &= \frac{\Sigma m}{2}(\dot{X}^2+\dot{Y}^2)+T' = \frac{1}{2}\Sigma m\Big\{(\dot{x}_1-b\dot{\varphi})^2+(\dot{y}_1+a\dot{\varphi})^2\Big\}+\frac{1}{2}\Big[m\Big\{(l_1-a)^2 \\ &\quad +(h_2+b)^2\Big\}+m_2\Big\{(l_2-a)^2+(h_2+b)^2\Big\}+m_3(l_3-a)^2+(h_2+b)^2\Big\}\Big]\dot{\varphi}^2 \\ &\quad +\frac{1}{2}m\Big[(\dot{x}_1-h_4\dot{\varphi})^2+(\dot{y}_1+l_4\dot{\varphi})^2+r^2\dot{\theta}^2+2\,r\,\dot{\theta}\Big\{(\dot{y}_1+l_4\dot{\varphi})\cos\theta-(\dot{x}_1-h_4\dot{\varphi})\sin\theta\Big] \\ &= \frac{1}{2}M_1\Big\{(\dot{x}_1-b\,\dot{\varphi})^2+(\dot{y}_1+a\,\dot{\varphi})^2\Big\}+\frac{1}{2}M_2\dot{\varphi}^2+\frac{1}{2}m\Big[(\dot{x}_1-h_4\dot{\varphi})^2+(\dot{y}_1+l_4\dot{\varphi})^2 \\ &\qquad +r^2\dot{\theta}^2+2\,r\,\dot{\theta}\Big\{(\dot{y}_1+l_4\dot{\varphi})\cos\theta-(\dot{x}_1-h_4\dot{\varphi})\sin\theta\Big] \qquad \cdots\cdots\cdots (6) \end{aligned}$$

ここに $M_1 = \Sigma\,m = m_1 + m_2 + m_3$

$$M_2=\frac{1}{2}\Big[m_1\Big\{(l_1-a)^2+(h_2+b)^2\Big\}+m_2\Big\{(l_2-a)^2+(h_2+b)^2\Big\}+m_3(l_3-a)^2+(h_2+b)^2\Big\}\Big]\dot{\varphi}^2$$

$x_1, x_2, \varphi, \theta$ について Lagrange の方程式を用いると

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial\dot{\varphi}}-\frac{\partial}{\partial\varphi}(T-V)=0$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial\dot{\varphi}}-\frac{\partial T}{\partial\varphi}=-\frac{\partial V}{\partial\varphi}\qquad を適用すると$$

$\dot{x}_1$ に関しては $\dfrac{d}{dt}\dfrac{\partial T}{\theta\dot{x}_1}-\dfrac{\partial}{\partial x_1}=-\dfrac{\partial V}{\partial x_1}$

$$\therefore\ \frac{d}{dt}\Big[M_1\Big\{(\dot{x}_1-b\dot{\varphi})\Big\}+m\Big\{(\dot{x}_1-h_4\dot{\varphi})-r\dot{\theta}\sin\theta\Big\}\Big]=-2kx_1$$

$$\therefore\ (M_1+m)\ddot{x}_1+2kx_1-(M_1b+mh_4)\ddot{\varphi}-mr\sin\theta\cdot\ddot{\theta}=mr\omega^2\cos\theta\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (7)$$

$\dot{y}_1$ に関しては $\dfrac{d}{dt}\dfrac{\partial T}{\partial\dot{y}_1}-\dfrac{\partial T}{\partial y_1}=-\dfrac{\partial V}{\partial\varphi}$

$$\therefore\ \frac{d}{dt}\Big[M_1(\dot{y}_1+a\dot{\varphi})+m(\dot{y}_1+l_4\dot{\varphi})+2r\dot{\theta}\cos\theta\Big]=-\Big[2ky_1+Mg+mg\Big]$$

$$\therefore\ M_1(\ddot{y}_1+a\ddot{\varphi})+m(\ddot{y}+l_4\ddot{\varphi})+2r\dot{\theta}(-\sin\theta)\dot{\theta}+2r\cos\theta\cdot\ddot{\theta}=-\frac{k}{2}(4y_1+2l\varphi)-(M_1g+mg)$$

$$\therefore\ (M_1+m_1)\ddot{y}_1+(M_1a+ml_4)\ddot{\varphi}+k(2y_1+l_4\varphi)+2r\ddot{\theta}\cos\theta=mr\omega^2\sin\theta-(M+m)g\ \cdots\ (8)$$

また　$\dot{\varphi}$ に関しては

$$\frac{d}{dt}\Big[M_1(\dot{x}_1-b\dot{\varphi})(-b)+M_1(\dot{y}_1+a\dot{\varphi})a+M_2\dot{\varphi}+\frac{1}{2}m\Big[2(\dot{x}_1-h_4\dot{\varphi})(-h_4)+2(\dot{y}_1+l_4\dot{\varphi})l_4$$

$$+2r\dot{\theta}\Big\{l_4\cos\theta+h_4\sin\theta\Big]=-\Big[\frac{k}{2}(2ly_1+2l^2\varphi)+M_1ga+mg(l_4+r\cos\theta)\Big]$$

$$\therefore\ -M_1b(\ddot{x}_1-b\ddot{\varphi})+M_1a(\ddot{y}_1+a\ddot{\varphi})+M_2\ddot{\varphi}+m\Big\{-h_4(\ddot{x}_1-h_4\ddot{\varphi})+l_4(\ddot{y}_1+l_4\ddot{\varphi})+r(l_4\cos\theta$$

$$+h_4\sin\theta)\ddot{\theta}+r\dot{\theta}(-l_4\sin\theta\cdot\dot{\theta}+h_4\cos\theta\cdot\dot{\theta})\Big\}=-\Big[kly_1+kl^2\varphi+M_1ga+mg(l_4+r\cos\theta)\Big]$$

$$\therefore\ (M_1b+mh_4)\ddot{x}_1-(M_1a+ml_4)\ddot{y}_1-(M_1b^2+M_1a^2+M_2+mh_4^2+ml_4^2)\ddot{\varphi}-kl_4(y_1+l_4\varphi)$$

$$=mr(l_4\cos\theta+h_4\sin\theta)\ddot{\theta}-mr\omega^2(l_4\sin\theta-h_4\cos\theta)+mgr\cos\theta+(M_1ga+mgl_4)\ \cdots\ (9)$$

また　$\dot{\theta}$ について Lagrange の方程式を適用して

$$\frac{d}{dt}\Big[\!\Big[\frac{1}{2}m\Big[2r^2\dot{\theta}+2r\Big\{(\dot{y}_1+l_4\dot{\varphi})\cos\theta-(\dot{x}_1-h_4\dot{\varphi})\sin\theta\Big\}\Big]\Big]\!\Big]$$

$$-2r\dot{\theta}\Big\{(\dot{y}_1+l_4\dot{\varphi})(-\sin\theta)-(\dot{x}_1-h_4\dot{\varphi})\cos\Big\}=-\Big[mg\Big\{r\cos\theta-r\varphi\sin\theta\Big\}\Big]$$

$$\therefore\ mr^2\dot{\omega}+mr\Big\{(\ddot{y}_1+l_4\ddot{\varphi})\cos\theta-(\ddot{x}_1-h_4\ddot{\varphi})\Big\}\sin\theta+mgr(\cos\theta-\varphi\sin\varphi)=M-M_e\ \cdots\ (10)$$

ここに M_t はカム軸を回転せしめるモーメントで，従動節の仕事および損耗するエネルギーは M_e なるモーメントでなされるとし，この差が回転角 θ に対する一般力となるカム軸の角速度を ω とし一定と見なす，(10) 式において微小項を省略すると

$$M_i - M_e = m\,g\,r\,(\cos\theta - \sin\theta\cdot\varphi)$$

$$\therefore\quad M_i - M_e \cong m\,g\,r\cos\theta \qquad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (11)$$

トリコット機が静止しているときの変位を y_{10}, φ_0 とし $\theta=0$, $x_1=0$とするしかして $y_1=y_1'+y_{10}$, $\varphi=\varphi_0+\varphi'$ であるから

$$y_1' = y_1 - y_{10}\ ,\quad \varphi - \varphi_0 = \varphi'$$

y_{10}, φ_0 は（7）（8）（9）および (10) において $\ddot{x}_1=\ddot{y}_1=0$, $\ddot{\varphi}=0$, $\omega=0$, $\theta=0x_1=0$ のときの解である。故に

$$k\,(2\,y_{10} + l_4\,\varphi_0) = k\,(y_{10} + y_{20}) = -\,(M_1 + m)\,g$$

$$-kl_4\,(y_{10}+l_4\,\varphi_0) = -k\,l\,y_{20} = (M_1\,a + m\,l_4)\,g + m\,g\,r \qquad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (12)$$

今 $\ddot{\varphi}'$, φ', $\ddot{y}_1'$ および y_1' の式を作ると

$$-(M_1\,b + mh_4)\,\ddot{\varphi}' + (m_1 + m)\,\ddot{x}_1 + 2\,k\,x_1 = m\,r\,\omega^2\cos\theta \qquad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (13)$$

$$(M_1+m)\ddot{y}_1' + 2\,k\,y_1' + (Ml_1+m_2\,l_2)\varphi_1' + k\,l\,\varphi' = m\,r\,\omega^2\sin\theta \qquad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (14)$$

$$(M_1\,l_4 - M_1\,a)\ddot{y}_1' - k\,l_4\,y_1' - (M_1\,b\,h_4 + M_1\,a\,l_4 - M_1\,b^2 - M_1\,a^2 - M_2)\ddot{\varphi}'$$
$$-\,k\,l_4^2\,\varphi = -\,m\,g\,r + m\,g\,r\cos\theta \qquad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (15)$$

(13) (14) および (15) をそれぞれ次のように示すことが出来る

$$\varepsilon_1\,\ddot{\varphi}' + \varepsilon_2\,\ddot{x}_1 + \varepsilon_3\,x_1 = m\,r\,\omega^2\cos\theta \qquad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (16)$$

$$\varepsilon_1'\,\ddot{y}_1' + \varepsilon_2'\,y_1' + \varepsilon_3'\,\ddot{\varphi}' + \varepsilon_4'\,\varphi' = m\,r\,\omega^2\sin\theta \qquad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (17)$$

$$\varepsilon_1''\,\ddot{y}_1' + \varepsilon_2''\,y_1' + \varepsilon_3''\,\ddot{\varphi}' + \varepsilon_4''\,\varphi' + \varepsilon_5''\,x_1 = m\,g\,r\,(\cos\theta - 1) \qquad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (18)$$

ここに

$$\varepsilon_1 = -(M_1b + m\,h_4)\ ,\ \varepsilon_2 = (M_1+m)\ ,\ \varepsilon_3 = \varepsilon_2' = 2\,k$$
$$\varepsilon_1' = (M_1 + m)\ ,\ \varepsilon_3' = M\,l_1 + m_2\,l_2\ ,\ \varepsilon_4' = k\,l$$
$$\varepsilon_1'' = (M_1l_4 - M_1a)\ ,\ \varepsilon_2'' = -k\,l_4\ ,\ \varepsilon_3' = (M_1b\,h_4 + M_1a\,l_4 - M_1b^2 - M_1a^2 - M_2)$$
$$\varepsilon_4'' = -\,k\,l_4^2\ ,\ \varepsilon_5'' = -2\,k\,h_4$$

かつ　$\varepsilon_2=\varepsilon_1'$, $\varepsilon_3=\varepsilon_2'$　である。

〔2〕 固 有 振 動 数

$y_1'=\alpha_1e^{\lambda t}$, $\varphi'=\alpha_2e^{\lambda t}$, $x_1=\alpha_3e^{\lambda t}$ とおけば

$\ddot{y}_1=\lambda^2\alpha_1e^{\lambda t}$, $\ddot{\varphi}'=\alpha_2\lambda^2e^{\lambda t}$, $\ddot{x}=\alpha_3\lambda^2e^{\lambda t}$ となり振動条件として

$$-(M_1b+m\,h_4)\alpha_2\lambda^2 + (M_1+m)\alpha_3\lambda^2 + 2\,k\,\alpha_3 = 0$$

$$(M_1+m)\alpha_1\lambda^2 + 2\,k\,\alpha_1 + (M\,l_1+m_2l_2)\alpha_2\lambda^2 + k\,l\,\alpha_2 = 0$$

$$(M_1l_4 - M_1a)\alpha_1\lambda^2 - k\,l_4\alpha_1 + (M_1b\,h_4 + M_1a\,l_4 - M_1b^2 - M_1a^2 - M_2)\alpha_2\lambda^2$$
$$-kl_4^2\alpha_2 + (M_1b - M_1h)\alpha_3\lambda^2 - 2\,k\,h_4\alpha_3 = 0$$

がなりたつことになる

固有振動数を ω_1, ω_2, ω_3 とすると

$$\triangle(-\lambda^2) = \begin{vmatrix} 0 & -(M_1b+mh_4)\lambda^2 & (M_1+m)\lambda^2+2k \\ (M_1+m)\lambda^2+2k & (M_1l_1+m_2l_2)\lambda^2+kl_4 & 0 \\ (M_1l_4-M_1a)\lambda^2-kl_4 & \begin{array}{c}(M_1bh_4+M_1al_4-M_1b^2\\ -M_1a^2-M_2)\lambda^2-kl_4^2\end{array} & (M_1b-M_1h)\lambda^2-2kh_4 \end{vmatrix} \cdots\ (19)$$

$$\therefore\quad \triangle(-\lambda^2) = \{(M_1+m)\lambda^2+2\,k\}\,(M_1b+m\,h_4)\lambda^2\{(M_1b-M_1h_4)\lambda^2-2\,k\,h_4\}$$
$$+\{(M_1+m)\lambda^2+2\,k\}[\{(M_1+m)\lambda^2+2\,k\}\{(M_1b\,h_4+M_1a\,l_4-M_1\,b^2-M_1\,a^2$$
$$-M_2)\lambda^2-kl_4^2\}-\{(M_1\,l_4-M_1\,a)\,\lambda^2-k\,l_4\}\{(M_1\,l_1+m_2\,l_2)(\lambda^2+k\,l)\}]=0$$

$\therefore\ (M_1+m)\alpha^2+2k=0 \qquad \therefore\ \omega_1=i\lambda_1=\sqrt{\dfrac{2k}{M_1+m}}$

又　$(M_1b+mh_4)\{(M_1b-M_1h_4)\lambda^2-2kh_4\}+[\{(M_1+m)\lambda^2+2k\}\{M_1bh_4+M_1al_4 -M_1b^2-M_1a^2-M_2)\lambda^2-kl_4^2\}-\{M_1l_4-M_1a)\lambda^2-kl_4\}\{(M_1l_1+m_2l_2)\lambda^2+kl_4\}]=0$

$\therefore\ (M_1b+mh_4)(M_1b-M_1h)\lambda^2-2kl_4(M_1b+mh_4)+(M_1+m)(M_1bh_4+M_1al_4-M_1b^2 -M_1a^2-M_2)\lambda^4-kl_4^2(M_1+m)\lambda^2+2k(M_1bh_4+M_1al_4-M_1b^2-M_1a^2-M_2)\lambda^2-2k^2l_4^2 -(M_1l_4-M_1a)(M_1l_1+m_2l_2)\lambda^4-kl_4(M_1l_4-M_1a)\lambda^2+kl_4(M_1l_1+m_2l_2)\lambda^2+k^2l_4^2=0$

故に　$\{(M_1+m)(M_1bh_4+M_1al_4-M_1b_2-M_1a^2-M_2)-(M_1l_4-M_1a)(M_1l_1+m_2l_2)\}\lambda^4 +\{(M_1b+mh_4)(M_1b-M_1h)-kl_4^2(M_1+m)+2k(M_1bh_4+M_1al_4-M_1b^2-M_1a^2 -M_2)-kl_4(M_1l_4-M_1a)+kl_4(M_1l_1+m_2l_2)\lambda^2-\{2kh_4(M_1b+mh_4)-k^2l_4^2\}=0 \cdots\cdots$ (19)′

$\therefore\ \omega_2=i\lambda_2=\sqrt{\alpha-\beta}\ , \qquad \omega_3=i\lambda_3=\sqrt{\alpha+\beta}$

$\alpha=[-\{(M_1b+mh_4)(M_1b-M_1h)-kl_4^2(M_1+m)+2k(M_1bh_4+M_1al_4-M_1b-M_1a^2 -M_2)-kl_4(M_1l_4-M_1a)+kl_4(M_1l_1+m_2l_2)]/[2\{(M_1+m)(M_1bh_4+M_1al_4-M_1b^2 -M_1a^2-M_2)-(M_1l_4-M_1a)(M_1l_1+m_2l_2)\}]$

$$\beta=\left\{\alpha^2-\frac{-\{2kh_4(M_1b+mh_4)+k^2l_4^2\}k^2}{\{(M_1+m)(M_1bh_4+M_1al_4-M_1b^2-M_1a^2)-(M_1l_4-M_1a)(M_1l_1+m_2l_2)\}}\right\}^{\frac{1}{2}}$$

今 $\lambda=\lambda_\mu=-i\omega_u$, $(\mu=1,2,3)$ にたいして $\alpha_\tau(\tau=1,2,3$ を $\alpha_{\tau\mu}$ と置くと

$$\frac{\alpha_{2\mu}}{\alpha_{1\mu}}=\frac{\{2k-(M_1+m)\omega_\mu^2\}}{(M_1l_1+m_2l_2)\omega_\mu^2-kl_4}$$

$$\frac{\alpha_{3\mu}}{\alpha_{1\mu}}=\frac{\alpha_{3\mu}\,\alpha_{2\mu}}{\alpha_{2\mu}\,\alpha_{1\mu}}=\frac{-(M_1b+mh_4)\omega_\mu^2}{\{-(M_1+m)\omega^2+2k\}}\ \frac{\{-(M_1+m)\omega^2+2k\}}{\{(M_1l_1+m_2l_2)\omega_\mu^2-kl_4\}}=\frac{-(M_1b+mh_4)\omega_\mu^2}{\{(M_1l_1+m_2l_2)\omega_\mu^2-kl_4\}}$$

自由振動においての y_1', φ', x_1 を $y_{1f}, \varphi_f, x_{1f}$ とおき $\alpha_{1r}=k_re^{i\delta_r}$ とおき k_r, δ_r を積分常数とすれば

$$y_{1f}=k_1\cos(\omega_1t+\delta_1)+k_2\cos(\omega_2t+\delta_2)+k_3\cos(\omega_3t+\delta_3)$$
$$\varphi_f=k_1r_{21}\cos(\omega_1t+\delta_1)+k_2r_{22}\cos(\omega_2t+\delta_2)+k_3r_{23}\cos(\omega_3t+\delta_3)$$
$$x_{1f}=k_1r_{31}\cos(\omega_1t+\delta_1)+k_2r_{32}\cos(\omega_2t+\delta_2)+k_3r_{33}\cos(\omega_3t+\delta_3)$$

$$r_{21}=\frac{\alpha_{21}}{\alpha_{11}},\quad r_{22}=\frac{\alpha_{22}}{\alpha_{12}},\quad r_{23}=\frac{\alpha_{23}}{\alpha_{13}},$$

$$r_{31}=\frac{\alpha_{31}}{\alpha_{11}},\quad r_{32}=\frac{\alpha_{32}}{\alpha_{12}},\quad r_{33}=\frac{\alpha_{33}}{\alpha_{13}}$$

〔3〕 強 制 振 動

式, (13), (14), (15) の左辺のダッシユをとり右辺を複素数化した部分の実数部分をとる。

$$-(M_1b+mh_4)\ddot{\varphi}+(M_1+m)\ddot{x}_1+2kx_1=mr\omega^2e^{i\theta}$$
$$(M_1+m)\ddot{y}_1+2ky_1+(Ml_1+m_2l_2)\ddot{\varphi}_1+kl\varphi=mr\omega^2e^{i\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)}$$
$$(M_1l_4-M_1a)\ddot{y}_1-kl_4y_1-(M_1bh_4+M_1al_4-M_1b^2-M_1a^2-M_2)\ddot{\varphi}-kl_4^2\varphi-2kh_4x_1=mgr(e^{i\theta}-1)$$

今 $y_1=Ae^{i(\theta+\delta_1)}+\xi_1$, $\varphi=Be^{i(\theta+\delta_2)}+\xi_2$, $x_1=Ce^{i(\theta+\delta_3)}+\xi_3$ として上式に代入する，ここに $\xi_j(j=1,2,3)$ は第3式の右辺の常数項に対して求められる。簡単のため

$$\varepsilon_1\ddot{\varphi}+\varepsilon_2\ddot{x}_1+\varepsilon_3x_1=mr\omega^2e^{i\theta}$$
$$\varepsilon_1'\ddot{y}_1+\varepsilon_2'y_1+\varepsilon_3'\ddot{\varphi}+\varepsilon_4''\varphi=mr\omega^2e^{i\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)}$$
$$\varepsilon_1''\ddot{y}_1+\varepsilon_2''y_1+\varepsilon_3''\ddot{\varphi}+\varepsilon_4''\varphi+\varepsilon_5''x_1=mgr(e^{i\theta}-1)$$

第3式の右辺には常数項がないから

$$x_1=Ce^{i(\theta+\delta_3)}+\xi_3=0 \qquad \therefore\ \xi_3=0$$

$$\left.\begin{array}{l}\varepsilon_2'\,\xi_1+\varepsilon_4'\,\xi_2=0\\ \varepsilon_2''\,\xi_1+\varepsilon_4''\,\xi_2=-\,m\,g\,r\end{array}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(21)$$

$$\therefore\quad \xi_1=\frac{\varepsilon_4'\,m\,g\,r}{\varepsilon_4'\,\varepsilon_2''-\varepsilon_4''\,\varepsilon_2'}\quad,\qquad \xi_2=\frac{\varepsilon_2'\,m\,g\,r}{\varepsilon_4'\,\varepsilon_2''-\varepsilon_4''\,\varepsilon_2'}$$

また

$$\left.\begin{array}{l}-\,\varepsilon_1\,\omega^2\,B\,e^{i\delta_2}+(-\,\varepsilon_2\,\omega^2+\varepsilon_3)\,C\,e^{i\delta_2}=m\,r\,\omega^2\\ (-\varepsilon_1'\omega^2+\varepsilon_2')A\,e^{i\delta_1}+(-\varepsilon_3'\omega^2+\varepsilon_4')Be^{i\delta_2}=m\,r\,\omega^2e^{-i\frac{\pi}{2}}\\ (\varepsilon_1''\omega^2+\varepsilon_2'')A\,e^{i\delta_1}+(-\varepsilon_3''\omega^2+\varepsilon_4'')B\,e^{i\delta_2}+\varepsilon_5''C\,e^{i\delta_3}=m\,g\,r\end{array}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(22)$$

今

$$D(\omega_1)=\begin{vmatrix}-\varepsilon_3'\,\omega^2+\varepsilon_4' & 0\\ -\varepsilon_3''\,\omega''+\varepsilon_4'' & \varepsilon_5''\end{vmatrix}+\frac{g}{\omega^2}\begin{vmatrix}-\varepsilon_1\,\omega^2 & -\varepsilon_2\,\omega^2+\varepsilon_3\\ -\varepsilon_3'\,\omega^2+\varepsilon_4' & 0\end{vmatrix}$$

$$D(\omega_1')=\begin{vmatrix}-\varepsilon_1\,\omega^2 & -\varepsilon_2\omega^2+\varepsilon_3\\ -\varepsilon_3''\,\omega''+\varepsilon_4'' & \varepsilon_5''\end{vmatrix}$$

$$D(\omega_2)=-\begin{vmatrix}-\varepsilon_1'\,\omega^2+\varepsilon_2' & 0\\ -\varepsilon_1''\,\omega^2+\varepsilon_2'' & \varepsilon_5''\end{vmatrix}+\frac{g}{\omega^2}\begin{vmatrix}\varepsilon_1'\,\omega^2-\varepsilon_2' & 0\\ 0 & \varepsilon_2\,\omega^2-\varepsilon_3\end{vmatrix}$$

$$D(\omega_2')=-\begin{vmatrix}0 & -\varepsilon_2\,\omega^2+\varepsilon_3\\ -\varepsilon_1''\,\omega^2+\varepsilon_2'' & \varepsilon_5''\end{vmatrix}$$

$$D(\omega_3)=\begin{vmatrix}-\varepsilon_1'\omega^2+\varepsilon_2' & -\varepsilon_3'\omega^2+\varepsilon_4'\\ -\varepsilon_1''\omega^2+\varepsilon_2'' & -\varepsilon_3''\omega^2+\omega_4''\end{vmatrix}+\frac{g}{\omega^2}\begin{vmatrix}0 & -\varepsilon_1\omega^2\\ -\varepsilon_1'\omega^2+\varepsilon_2' & -\varepsilon_3'\omega^2+\varepsilon_4'\end{vmatrix}$$

$$D(\omega_3')=\begin{vmatrix}0 & -\varepsilon_1\omega^2\\ -\varepsilon_1''\omega^2+\varepsilon_2'' & -\varepsilon_3''\omega^2+\omega_4''\end{vmatrix}$$

$$D(\omega^2)=\begin{vmatrix}0 & -\varepsilon_1\,\omega^2 & -\varepsilon_2\,\omega^2+\varepsilon_3\\ -\varepsilon_1'\,\omega^2+\varepsilon_2' & -\varepsilon_3'\,\omega^2+\varepsilon_4' & 0\\ -\varepsilon_1''\,\omega^2+\varepsilon_2'' & -\varepsilon_3''\,\omega^2+\varepsilon_4'' & \varepsilon_5''\end{vmatrix}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(23)$$

で常数は次のようになる

$$A=\frac{m\,r\,\omega^2}{D(\omega^2)}\sqrt{D(\omega_1)^2+D(\omega_1')^2}\quad,\qquad B=\frac{m\,r\,\omega^2}{D(\omega^2)}\sqrt{D(\omega_2)^2+D(\omega_2')^2}$$

$$C=\frac{m\,r\,\omega^2}{D(\omega^2)}\sqrt{D(\omega_3)^2+D(\omega_3')^2}\quad で$$

$$\delta_1=\tan^{-1}\frac{D(\omega_1')}{D(\omega_1)}\quad,\qquad \delta_2=\tan^{-1}\frac{D(\omega_2')}{D(\omega_2)}\quad,\qquad \delta_3=\tan^{-1}\frac{D(\omega_3')}{D(\omega_3)}$$

である。故にその解は

$$x_1=x_{10}+K_1r_{31}\cos(\omega_1t+\delta_1)+K_2r_{32}\cos(\omega_2t+\delta_2)+K_3r_{33}\cos(\omega_3t+\delta_3)+C(\cos\omega\,t+\delta_3)$$
$$y_1=y_{10}+K_1\cos(\omega_1t+\delta_1)+K_2\cos(\omega_2t+\delta_2)+K_3\,r_{23}\cos(\omega_3t+\delta_3)+A\cos(\omega t+\delta_2)+\eta_1$$
$$\varphi=\varphi_{10}+K_1r_{21}\cos(\omega_1t+\delta_1)+K_2r_{22}\cos(\omega_2t+\delta_2)+K_3r_{23}\cos(\omega_3t+\delta_3)+B\cos(\omega t+\delta_2)+\eta_2$$

〔4〕 共鳴現象条件

互に共鳴するためには次の値が零なることを要する。

$$\triangle(\omega_1^2)=\begin{vmatrix}0 & -\varepsilon_1\,\omega_1^2 & -\varepsilon_2\,\omega_1^2+\varepsilon_3\\ -\varepsilon_1'\,\omega_1^2+\varepsilon_2' & -\varepsilon_3'\,\omega_1^2+\varepsilon_4' & 0\\ -\varepsilon_1''\,\omega_1^2+\varepsilon_2'' & -\varepsilon_3''\,\omega_1^2+\varepsilon_4'' & \varepsilon_5''\end{vmatrix}$$

$$\triangle\ (\omega_2{}^2) = \begin{vmatrix} 0 & -\varepsilon_1\,\omega_2{}^2 & -\varepsilon_2\,\omega_2{}^2+\varepsilon_3 \\ -\varepsilon_1'\,\omega_2{}^2+\varepsilon_2' & -\varepsilon_3'\,\omega_2{}^2+\varepsilon_4' & 0 \\ -\varepsilon_1''\,\omega_2{}^2+\varepsilon_2'' & -\varepsilon_3''\,\omega_2+\varepsilon_4'' & \varepsilon_5'' \end{vmatrix}$$

$$\triangle\ (\omega_3{}^2) = \begin{vmatrix} 0 & -\varepsilon_1\,\omega_3{}^2 & -\varepsilon_2\,\omega_3{}^2+\varepsilon_3 \\ -\varepsilon_1'\,\omega_3{}^2+\varepsilon_2' & -\varepsilon_3'\,\omega_3{}^2+\varepsilon_4' & 0 \\ -\varepsilon_1''\,\omega_3{}^2+\varepsilon_2'' & -\varepsilon_3''\,\omega_3+\varepsilon_4'' & \varepsilon_5'' \end{vmatrix}$$

〔5〕　自由振動の安定条件

これには前式 (19)′ よりの判別式が 0 より大なることを必要とする。$\omega^2=-\lambda^2$ $\therefore \lambda^2=-\omega^2$ であるから λ^2 は負の実根を有することが必要である。すなわち

$$\{(M_1+m)(M_1 b\,h_4+M_1 a\,l_4-M_1 b^2-M_1 a^2-M_2)-(M_1 l_4-M_1 a)(M_1 l_1+m_2 l_2\}\,\omega^4$$
$$-\{(M_1 b+m h_4)(M_1 b-M_1 h)-k l_4{}^2(M_1+m)+2k(M_1 b h_4+M_1 a l_4-M_1 b^2-M_1 a^4-M_2)$$
$$-k l_4(M_1 l_4-M_1 a)+k l_4(M_1 l_1+m_2 l_2)\}\omega^2+\{-2\,k\,h_4(M_1 b+m\,h_4)-k^2 l_4{}^2\}=0$$ であるから

$$\mathrm{Det}(\omega^2)=[\{(M_1 b+m\,h_4)(M_1 b-M_1 h)-k\,l_4{}^2(M_1+m)+2\,k(M_1 b\,h_4+M_1 a\,l_4-M_1 b^2$$
$$-M_1 a^2-M_2)-k\,l_4(M_1 l_4-M_1 a)+k\,l_4(M_1 l_1+m_2 l_2)\}^2-4\{(M_1+m)(M_1 b\,h_4+M_1 a\,l_4$$
$$-M_1 b^2-M_1 a^2-M_2)-(M_1 l_4-M_1 a)\cdot(M_1 l_1+m_2 l_2)\}\{-2k h_4(M_1 b+m\,h_4)-k^2 l_4{}^2\}\geqq 0$$

〔6〕　強制振動の場合の安定条件

これは (23) より求められる。今 Det $(\omega^2)=0$ を求めると

$$(-\varepsilon_1'\,\omega^2+\varepsilon_2')(-\varepsilon_3''\,\omega^2+\varepsilon_4'')(-\varepsilon_2\,\omega^2+\varepsilon_3)-(-\varepsilon_1'\,\omega^2+\varepsilon_2')(-\varepsilon_1\,\omega^2)(\varepsilon_5'')-(-\varepsilon_1''\,\omega^2$$
$$+\varepsilon_2'')(-\varepsilon_3'\,\omega^2+\varepsilon_4')(-\varepsilon_2\,\omega^2+\varepsilon_3)=0$$

$$\therefore\ [-\varepsilon_1'\varepsilon_3''\varepsilon_2+\varepsilon_1''\varepsilon_3'\varepsilon_2]\,\omega^6+[\varepsilon_2'\varepsilon_3''\varepsilon_2+\varepsilon_1'\varepsilon_4''\varepsilon_2+\varepsilon_1'\varepsilon_3''\varepsilon_3-\varepsilon_1'\varepsilon_3''\varepsilon_2-\varepsilon_2''\varepsilon_3'\varepsilon_2$$
$$-\varepsilon_1''\varepsilon_3'\varepsilon_3]\,\omega^4+[-\varepsilon_2'\varepsilon_4''\varepsilon_2-\varepsilon_2'\varepsilon_3''\varepsilon_3-\varepsilon_1'\varepsilon_4''\varepsilon_3+\varepsilon_1\varepsilon_2'\varepsilon_5''+\varepsilon_2''\varepsilon_4'\varepsilon_2+\varepsilon_2''\varepsilon_3'\varepsilon_3$$
$$+\varepsilon_1''\varepsilon_4'\varepsilon_3]\,\omega^2+\varepsilon_2'\varepsilon_4''\varepsilon_3-\varepsilon_2''\varepsilon_4'\varepsilon_3=0$$

これを $\eta_1\,\omega^6+\eta_2\,\omega^4+\eta_3\,\omega^2+\eta_4=0$ とし $\omega^2=\Omega$ とすると

$$\eta_1\,\Omega^3+\eta_2\,\Omega^2+\eta_3\,\Omega+\eta_4=0$$

$$\therefore\ [\![\{(M_1 b+m\,h_4)(M_1 b-M_1 h)-k\,l_4{}^2(M_1+m)+2k(M_1 b\,h_4+M_1 a\,l_4-M_1 b^2-M_1 a^2-M_2)$$
$$-k l_4(M_1 l_4-M_1 a)+k\,l_4(M_1 l_1+m_2 l_2)\}+2[\{(M_1+m)(M_1 b\,h_4+M_1 a\,l_4-M_1 b^2-M_1 a^2$$
$$-M_2)-(M_1 l_4-M_1 a)(M_1 l_1+m_2 l_2)\}\{-2\,k\,h_4(M_1 b+m\,h_4)-k^2 l_4{}^2\}]^{\frac{1}{2}}]\!][\![\{(M_1 b$$
$$+m\,h_1)(M_1 b-M_1 h)-k\,l_4{}^2(M_1+m)+2\,k\,(M_1 b\,h_4+M_1 a\,l_4-M_1 b^2-M_1 a^2-M_2)$$
$$-k l_4(M_1 l_4-M_1 a)+k\,l_4(M_1 l_1+m_2 l_2)\}-2[\{(M_1+m)(M_1 b\,h_4+M_1 a\,l_4-M_1 b^2-M_1 a^2$$
$$-M_2)-(M_1 l_4-M_1 a)(M_1 l_1+m_2 l_2)\}\{-2\,k\,l_4(M_1 b+m\,h_4)-k^2 l_4{}^2\}]^{\frac{1}{2}}]\!]\geqq 0$$

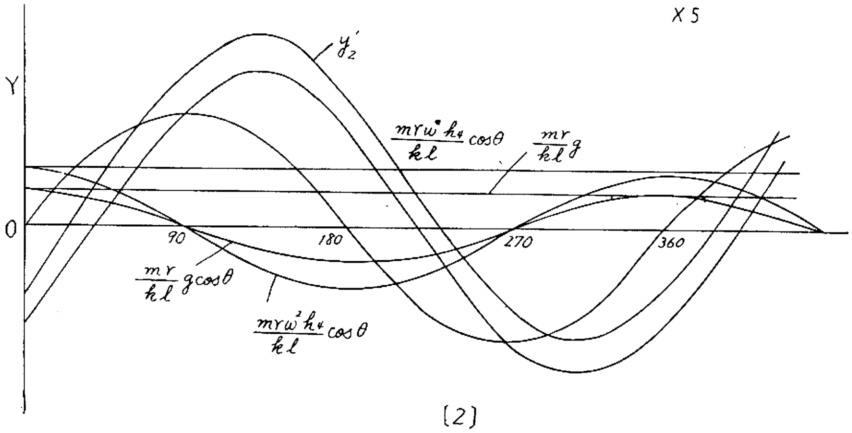
$$\therefore\ \{(M_1 b+m\,h_4)(M_1 b-M_1 h)-k l_4{}^2(M_1+m)+2k(M_1 b\,h_4+M_1 a\,l_4-M_1 b^2-M_1 a^2-M_2)$$
$$-k l_4(M_1 l_4-M_1 a)+k\,l_4(M_1 l_1+m_2 l_2)\}>2[\{(M_1+m)(M_1 b\,h_4+M_1 a\,l_4-M_1 b^2-M_1 a^2$$
$$-M_2)-(M_1 l_4-M_1 l_4-M_1 a)(M_1 l_1+m_2 l_2)\}\{-2\,k\,l_4(M_1 b+m\,h_4)-k^2 l_4{}^2\}]^{\frac{1}{2}}$$

またこの根号内が正なることを要する。

よってこの Ω の安定条件は

$$\frac{9\,\eta_1\,\eta_2\,\eta_3-2\,\eta_2{}^3-27\,\eta_1{}^2\,\eta_4}{9\,\eta_1{}^3}>\left[\frac{2\,\eta_2{}^3-9\,\eta_1\eta_2\eta_3+27\,\eta_1{}^2\,\eta_4+4\,(3\,\eta_1\,\eta_2-\eta_2{}^2)^3}{486\,\eta_1{}^6}\right]$$

となる。



〔2〕

〔8〕 基礎台最小振動条件

$\ddot{x}^{I} = 0$, $\ddot{y}_1 = 0$, $\ddot{\varphi}' = 0$ であるから

$$\varepsilon_3 x_1 = m r \omega^2 \cos\theta$$

$$\varepsilon_2' y_1' + \varepsilon_4' \varphi' = m r \omega^2 \sin\theta$$

$$\varepsilon_2'' y_1' + \varepsilon_4'' \varphi' + \varepsilon_5'' x_1 = m g r (\cos\theta - 1)$$

以上の式より

$$-kl(y_1 + l\varphi) = -mr\omega^2(l_4 \sin\theta - h_4\cos\theta) + mgr\cos\theta + (M_1 a + m l_4)g$$

$$-kl[y_1' + y_{10}) + l(\varphi + \varphi_0)] = \quad ''$$

$$-kl[(y_1' + l\varphi') + (y_{10} + l\varphi_0] = \quad ''$$

$$\therefore \quad y_2' = \frac{mr}{kl}\left[(\omega^2 l_4 \sin\theta - \omega^2 h_4 \cos\theta) + g(1 - \cos\theta)\right]$$

また (12) より

$$y_{10} = [-(M + m)g - k y_{20}]/h$$

$$y_{20} = [(Ma + m l_4)g + mgr]/(-kl) \text{ であるから}$$

$$\therefore \quad y_{10} = \left[-(M + m)g + \left\{\frac{(Ma + m l_4)g + mgr}{l}\right\}\right]$$

および (12) より $k l_4 \varphi_0 = -(M+m)g - 2k y_{10}$

$$\therefore \quad \varphi_0 = \left[(M + m)g(2k - 1) - \frac{2k(Ma + m l_4)g + mgr}{l}\right] \Big/ k l_4$$

となる。

む　す　び

角速度 ω にてクランクが回転する場合のトリコット機の共鳴条件，自由振動の安定条件，強制振動の場合の安定条件について色々と調査した。トリコット機が安定するためにはスプリング作用が大であること，すなわちスプリング常数kを大にすればする程その安定度は増加するから据付における基礎的条件を充分考慮せねばならない。カムの重心がカム軸の回転中心よりの距離rを可能なる限り小にすれば機械の安定度を増す。また毎分の回転数の2乗に比例して不安定を増加することを知ったから，これには一定の限度がありこれを出来るだけ小にせんとすればスプリング作用を増大し支持台の距離を大にせねばならない。

（受理年月日　昭和37年1月16日）